

# ΠΜΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Θερινό Σχολείο ΠΜΣ 2026

[Paliria Hotel](#)

6-9 Ιουλίου, Χαλκίδα

## ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΘΕΡΙΝΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ

| Δευτέρα 6 Ιουλίου 2026 |                           |           |
|------------------------|---------------------------|-----------|
| Ώρα                    | Session A                 | Session B |
| 11:15-11:30            | Έναρξη θερινού σχολείου   |           |
| 11:30-13:30            | WG4                       | WG3       |
| 13:30-15:00            | Διάλειμμα φαγητού - Καφές |           |
| 15:00-17:00            | WG2                       |           |
| 17:00-17:30            | Διάλειμμα καφέ            |           |
| 17:30-19:30            | WG6                       | WG8       |
| Τρίτη 7 Ιουλίου 2026   |                           |           |
| Ώρα                    | Session A                 | Session B |
| 09:30-11:30            | WG1                       | WG3       |
| 11:30-12:00            | Διάλειμμα καφέ            |           |
| 12:00-14:00            | WG4                       | WG3       |
| 14:00-16:00            | Διάλειμμα φαγητού - Καφές |           |
| 16:00-18:00            | WG2                       | WG8       |
| 18:00-18:30            | Διάλειμμα καφέ            |           |
| Τετάρτη 8 Ιουλίου 2026 |                           |           |
| Ώρα                    | Session A                 | Session B |
| 09:30-11:30            | WG1                       | WG7       |
| 11:30-12:00            | Διάλειμμα καφέ            |           |
| 12:00-14:00            | WG5                       | WG9       |
| 14:00-16:00            | Διάλειμμα φαγητού - Καφές |           |
| 16:00-18:00            | WG2                       | WG4       |
| 18:00-18:30            | Διάλειμμα καφέ            |           |
| Πέμπτη 9 Ιουλίου 2026  |                           |           |
| Ώρα                    | Session A                 | Session B |
| 09:00-11:00            | WG1                       | WG7       |
| 11:00-11:30            | Διάλειμμα καφέ            |           |
| 11:30-13:30            | WG2                       | WG6       |

### Working groups

|                            |                                                         |                                |
|----------------------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------|
| WG1 – Ronnie Karsenty (6h) | WG2– Athanase Paradoopoulos, Στέλιος Νεγρεπόντης (4+4h) | WG3 – Λεωνίδας Κυριακίδης (6h) |
|----------------------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------|

|                                               |                                                              |                                                                           |
|-----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| WG4 - Irene Biza, Elena Nardi (6h)            | WG5 - Νικόλαος Μεταξάς, Χρυσανγή Τριανταφύλλου (2h)          | WG6 - Δέσποινα Πόταρη, Κωνσταντίνος Στουραϊτης, Χαράλαμπος Σακονίδης (4h) |
| WG7 - Κατερίνα Μπογιατζή, Νίκος Βερβέρας (4h) | WG8 – Θωμαΐς Καράβη, Αγγελική Μάλη, Γεωργία Πετροπούλου (4h) | WG9 – Δήμητρα Χριστοπούλου (2h)                                           |

## WG1 – Ronnie Karsenty

Weizmann Institute of Science, Israel

### Analyzing mathematics classroom video through different theoretical perspectives

#### Duration: 6 hours

Video has been used as a methodological tool in mathematics education research for many decades now, and its use has grown more prevalent and more sophisticated with the rapid technological advancements we witness in recent years. Researchers draw on video data for various types of studies, among which are classroom studies, where the focus may be on students (e.g., analyzing students' mathematical thinking or problem solving), on teachers (e.g., exploring how mathematics teachers' adapt curriculum materials), or on both (e.g., investigating classroom norms and interaction).

Using video as a data source requires proficiency as well as thoughtful decision-making, from considering ethical aspects, to determining where to locate the camera, when to film, and who to focus on. However, often the main challenge lies in analyzing the videotaped episodes selected for the study. We already know that the same data can be observed and interpreted very differently by different viewers, and that the analysis outcomes largely depends on the methodological and theoretical stances held by the researchers.

In this sequence of workshops, we will focus on different approaches to the analysis of video data, and collectively experience such analysis as it pertains to selected episodes of classroom video. I will begin with an introduction on several methodological and theoretical perspectives. Then, each workshop will center on a different videoclip.

**Workshop I: Elementary school level.** We will watch and discuss a 10-minute famous clip known as “Sean Numbers”, filmed in 1990 in an American third grade. Whether familiar with it or not, new insights can be gained from watching and re-watching this fascinating clip under several theoretical lenses.

**Workshop II: Middle school level.** We will watch parts of an eighth grade Japanese lesson, where a real-life problem is posed to students and they attempt to solve it,

using various ideas. Analyzing this video for research purposes is highly dependent on the research goal, as we shall experience.

**Workshop III: High school level.** Can ambitious teaching and struggling students go together? We will watch parts of a statistics lesson in a low-achieving eleventh grade, which opens opportunities to investigate several teaching and learning issues, linked to existing theoretical perspectives on how struggling students learn non-trivial mathematics.

## **WG2 –Athanasios Papadopoulos\*, Στέλιος Νεγρεπόντης\*\***

\*Institut de Recherche Mathématique Avancée, Université de Strasbourg et CNRS, Strasbourg, France)

\*\* Τμήμα Μαθηματικών, ΕΚΠΑ

### **Χρονική διάρκεια: 8 ώρες**

Professor Athanasios Papadopoulos, will give 4 lectures, each lecture lasting about 50 minutes, with the following titles and abstracts:

1. Title: The *Sectio Canonis* (Κατατομή Κανόνος), a pseudo-Euclidean work on music. (Joint work with Stelios Negrepontis.)

Abstract: The *Sectio Canonis* is a treatise on music theory which is traditionally attributed to Euclid, although its authenticity is uncertain. This work aims to provide an explanation of the mathematical foundations of Pythagorean music. It consists of about twenty mathematical propositions that aim to explain why certain sounds are consonant (pleasant to the ear) and others dissonant. In this lecture, I will go through the main propositions, making relations with the Pythagoreans' writings and Plato.

2. Title: *Angles and solid Angles* (Joint work with Stelios Negrepontis)

Abstract: I will present the history and philosophy of angles and solid angles, tracing their evolution from Ancient Greek and Arabic mathematics through to Leonhard Euler's work. I will make the relation with Pythagorean anthyphairetic approach. The reference is my joint paper with Negrepontis *Notes on angles and solid angles, in relation with Euler's memoir De mensura angulorum solidorum* will appear in the recent book *Spherical geometry in the Eighteenth Century, I: Euler, Lagrange and Lambert*, ed. R. Caddeo and A. Papadopoulos, Springer, 2026.

3. Title: *Bourbaki, Plato, and the Pythagoreans*

Abstract: I will examine the influence of Pythagorean mathematics and of Plato on the work of Nicolas Bourbaki. I will also go through the impact of Pythagorean mathematics on the work of Simone Weil, the famous French philosopher, who was

the sister of André Weil, the prominent mathematician and the main founder of the Bourbaki group.

#### 4. Title: *The paradoxical nature of Mathematics*

Abstract: This is the title of an article written by Vassiliki Farmaki and Stelios Negrepontis, which appeared in the book *Topology and Geometry, A Collection of Essays Dedicated to Vladimir G. Turaev*, ed. A. Papadopoulos, European Mathematical Society, 2021. In this paper, the authors show that the deductive strength of Mathematics comes from its paradoxical nature, namely from its proximity to the contradictory. I will present the main ideas of this paper, making relation with modern works of mathematicians such as Kurt Gödel, Pavel Florensky and Yuri Manin.

Ο Στέλιος Νεγρεποντης, Ομότιμος Καθηγητής Μαθηματικών του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών θα δώσει 4 διαλέξεις με θέμα:

[1] Τα μαθηματικά της περιοδικής ανθυφαίρεσης ως βάση για την πλήρη κατανόηση της Πλατωνικής φιλοσοφίας (πρβλ. S. Negrepontis, A. Papadopoulos, *The mathematics of periodic anthyphairesis as a basis for the full understanding of Plato's philosophy*, chapter to appear in: *The intertwined and meaningful world of Mathematics — Forms, concepts and interactions*, ed. L. Boi & G. Nocera, Birkhäuser), και

[2] Οι συνέπειες της κατανόησης της μαθηματικής περιγραφής της Πλατωνικής φιλοσοφίας στην Ιστορία των αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών μέχρι τον Ευκλείδη.

### **WG3 – Λεωνίδας Κυριακίδης**

Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου

#### **Πρωθώντας τη Διαμορφωτική Αξιολόγηση στα Μαθηματικά: Από τη Θεωρία στην Πράξη**

**Χρονική διάρκεια: 6 ώρες**

Η αξιολόγηση του μαθητή αποτελεί αναπόσπαστο μέρος της διδασκαλίας και βασική δεξιότητα για κάθε εκπαιδευτικό, αφού αναγνωρίζεται ως σημαντικός παράγοντας προώθησης της μάθησης όταν διεξάγεται για διαμορφωτικούς σκοπούς. Το εργαστήριο αυτό επιχειρεί αρχικά να παρουσιάσει τα σημαντικότερα πορίσματα της έρευνας για τη διαμορφωτική αξιολόγηση. Μέσα από την κριτική παρουσίαση της έρευνας επιχειρείται η αναίρεση σημαντικών παρανοήσεων που αφορούν την υλοποίηση της διαμορφωτικής αξιολόγησης στο μάθημα των Μαθηματικών. Στη συνέχεια αναλύονται οι δεξιότητες που χρειάζεται να έχει ένας εκπαιδευτικός ώστε να επιτυγχάνει το διαμορφωτικό σκοπό. Τέλος γίνεται αναφορά σε έρευνες που επιδίωξαν να προωθήσουν τη διαμορφωτική αξιολόγηση με την παροχή προγραμμάτων επαγγελματικής βελτίωσης των

εκπαιδευτικών και στηρίζονται στη δυναμική προσέγγιση βελτίωσης της αποτελεσματικότητας του εκπαιδευτικού. Στο πλαίσιο αυτό παρουσιάζονται τα στάδια της δυναμικής προσέγγισης καθώς και επιμορφωτικό υλικό που αξιοποιείται για σκοπούς βελτίωσης της διδακτικής πράξης των Μαθηματικών στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Μέσα από την παρουσίαση αυτή αναμένεται να προκύψουν συγκεκριμένες εισηγήσεις βελτίωσης της διδακτικής πράξης στα Μαθηματικά καθώς και εισηγήσεις για περεταίρω έρευνα. Θα συζητηθεί, επίσης, η ανάγκη ανάληψης δράσης για προώθηση της διαμορφωτικής αξιολόγησης στα Μαθηματικά από ερευνητές, εκπαιδευτικούς και υπεύθυνους για τη χάραξη εκπαιδευτικής πολιτικής.

#### **WG4 – Ειρήνη Μπιζά, Έλενα Ναρδή**

University of East Anglia, UK

**Μετασχηματίζοντας τον μαθηματικό και παιδαγωγικό λόγο της τάξης των μαθηματικών μέσω της εμπλοκής των εκπαιδευτικών με δραστηριότητες του MathTASK - Παραδείγματα από την εκπαίδευση / επιμόρφωση εκπαιδευτικών και την έρευνα**

#### **Χρονική διάρκεια: 6 ώρες**

Το MathTASK είναι ένα ερευνητικό πρόγραμμα και πρόγραμμα εκπαίδευσης / επιμόρφωσης εκπαιδευτικών στο οποίο χρησιμοποιούμε δραστηριότητες - τις οποίες καλούμε mathtasks και οι οποίες είναι εμπνευσμένες από ερευνητικά ευρήματα και εστιασμένες σε συγκεκριμένες καταστάσεις από την τάξη των μαθηματικών – ως εργαλεία για αναστοχασμό από εκπαιδευτικούς που βρίσκονται στο στάδιο της εκπαίδευσης ή της εν ενεργεία διδασκαλίας των μαθηματικών. Όταν οι εκπαιδευτικοί εμπλέκονται με mathtasks, τους ενθαρρύνουμε να παρατηρήσουν τη μαθηματική σκέψη των μαθητών, να τη συνδέσουν με την πολυπλοκότητα των μαθηματικών και τη διδασκαλία τους και να προβληματιστούν σχετικά με μακροχρόνιες ρουτίνες της τάξης, τόσο παιδαγωγικές όσο και μαθηματικές.

Συνήθως, οι εκπαιδευτικοί συμμετέχουν σε σειρά εργαστηρίων MathTASK κατά τη διάρκεια ενός σχολικού έτους ή εξαμήνου. Μεταξύ των εργαστηρίων, εφαρμόζουν στις τάξεις τους δραστηριότητες εμπλουτισμένες με γνώσεις που αποκτήθηκαν στα εργαστήρια. Συλλέγουμε δεδομένα από τις απαντήσεις των εκπαιδευτικών στα mathtasks κατά τη διάρκεια των εργαστηρίων, καθώς και προφορικές και γραπτές περιγραφές των δραστηριοτήτων που δοκίμασαν στις τάξεις τους. Αναλύουμε τα δεδομένα με στόχο την ανίχνευση αλλαγών στον παιδαγωγικό και μαθηματικό λόγο (και πράξη) των εκπαιδευτικών χρησιμοποιώντας εργαλεία εμπνευσμένα κυρίως από την επικοινωνιογνωστική προσέγγιση (Theory of Commognition: Sfard, 2018). Δίνουμε ιδιαίτερη προσοχή σε στοιχεία

υποστασιοποίησης (reification), εξειδίκευσης (specificity) και συνέπειας (consistency).

Σε αυτή τη σειρά διαδραστικών εργαστηρίων, θα εμπλέξουμε τους συμμετέχοντες με δείγματα mathtasks και αναλύσεις δεδομένων από εργαστήρια του προγράμματος MathTASK. Τα δείγματα που θα μοιραστούμε προέρχονται από εφαρμογές MathTASK σε τρία πεδία: εκπαίδευση εκπαιδευτικών, επιμόρφωση εκπαιδευτικών, έρευνα. Στα τρία εργαστήρια, οι συζητήσεις θα περιστραφούν γύρω από τρεις άξονες: σχεδιασμό mathtask, ανάλυσης δεδομένων από εργαστήρια MathTASK και παραγωγής ερευνητικών ευρημάτων / εξέλιξης θεωρίας.

Sfard, A. (2018). Commognition. In: Lerman, S. (eds) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9\\_100031-1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_100031-1)

Biza, I., Nardi, E., & Zachariades, T. (2018). Competences of mathematics teachers in diagnosing teaching situations and offering feedback to students: Specificity, consistency and reification of pedagogical and mathematical discourses. In T. Leuders, J. Leuders, & K. Philipp (Eds.), *Diagnostic competence of mathematics teachers. Unpacking a complex construct in teacher education and teacher practice*, 55-78. Springer. [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-66327-2\\_3](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-66327-2_3)

## **WG5 – Νικόλαος Μεταξάς, Χρυσαιγή Τριανταφύλλου**

Τμήμα Μαθηματικών ΕΚΠΑ

**Η Αξιολόγηση Μαθηματικών αποδείξεων που παράγονται από μαθητές ή/και AI εργαλεία σαν μια ιδιαίτερη μαθηματική δραστηριότητα**

**Χρονική διάρκεια: 2 ώρες**

Ανάδειξη της ιδιαιτερότητας της αξιολόγησης σωστών ή λανθασμένων αποδείξεων που παράγονται από μαθητές ή/και εργαλεία AI σε σχέση με την αξιολόγηση απαντήσεων σε άλλα μαθηματικά έργα όπως ασκήσεις, προβλήματα κλπ. Θα δοθούν συγκεκριμένα παραδείγματα απαντήσεων μαθητών και του ChatGPT που αφορούν την απόδειξη γνωστών μαθηματικών προτάσεων και οι συμμετέχοντες θα κληθούν να τις αξιολογήσουν. Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν συγκεκριμένα θεωρητικά πλαίσια αξιολόγησης μαθηματικών αποδείξεων, που παράγονται από μαθητές ή/και εργαλεία AI, και θα κληθούν οι συμμετέχοντες να τα χρησιμοποιήσουν για να αξιολογήσουν απαντήσεις που έχουν δοθεί στο πλαίσιο μιας έρευνας ή μιας διδασκαλίας. Τέλος, θα αναδειχθούν συνδέσεις με τα νέα ΑΠΣ καθώς και η διδακτική συνεισφορά τέτοιου είδους μαθηματικής δραστηριότητας στη σχολική τάξη των μαθηματικών.

## **WG6 – Δέσποινα Πόταρη\*, Κωνσταντίνος Στουραϊτης\*, Χαράλαμπος Σακονίδης\*\***

\* Τμήμα Μαθηματικών, ΕΚΠΑ

\*\* Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης

### **Θεωρία δραστηριότητας (CHAT). Θεωρητικές οπτικές και ερευνητικές εφαρμογές στη Μαθηματική Εκπαίδευση**

**Χρονική διάρκεια: 4 ώρες**

Στο πρώτο δίωρο θα παρουσιαστεί η CHAT με αναφορές στα δύο ρεύματα: δομικό (Leontyev, Engestrom) και διαλεκτικό (Ilyenkov, Roth, Radford) και στην εξέλιξή τους στον χρόνο. Στο δεύτερο δίωρο οι συμμετέχοντες θα έχουν μελετήσει κάποια άρθρα για να απαντήσουν σε συγκεκριμένα ερωτήματα όπως: Ποιες προσεγγίσεις και ποιες έννοιες της CHAT αξιοποιούν οι ερευνητές; Πώς τις αξιοποιούν (ως εργαλεία ανάλυσης; ως εργαλεία ερμηνείας; άλλο;); Ποιες μεθόδους (γένεσης αλλά κυρίως ανάλυσης) χρησιμοποιούν;

## **WG7 – Κατερίνα Μπογιατζή, Νίκος Βερβέρας**

Τμήμα Μαθηματικών, ΕΚΠΑ

### **Η Επιστήμη των Δεδομένων στο σχολείο μέσα από προσεγγίσεις STEAM**

**Χρονική διάρκεια: 4 ώρες**

Ο Εγγραμματισμός των Δεδομένων (Data Literacy) αποτελεί μια σύγχρονη πρόκληση για την εκπαίδευση των μελλοντικών πολιτών. Στο πλαίσιο της διδασκαλίας των περιοχών STEAM, αναδεικνύεται η ανάγκη ανάπτυξης δεξιοτήτων που σχετίζονται με την Επιστήμη των Δεδομένων, όπως η συλλογή, ανάλυση, αναπαράσταση και ερμηνεία δεδομένων. Η ομάδα εργασίας θα εξετάσει τρόπους με τους οποίους πρακτικές και διαδικασίες της Επιστήμης των Δεδομένων μπορούν να ενσωματωθούν στη διδασκαλία των μαθηματικών, ενισχύοντας τη διερευνητική μάθηση και τη σύνδεση των μαθηματικών με αυθεντικά προβλήματα της καθημερινής ζωής. Στη διάρκεια της ομάδας εργασίας, οι συμμετέχοντες θα γνωρίσουν το εργαλείο CODAP (Common Online Data περιβάλλον για την ανάλυση και οπτικοποίηση δεδομένων που έχει σχεδιαστεί ειδικά για εκπαιδευτική χρήση. Μέσα από πρακτικές δραστηριότητες, θα εξοικειωθούν με τις βασικές λειτουργίες του CODAP, όπως η εισαγωγή δεδομένων, η δημιουργία δυναμικών γραφημάτων και η διερεύνηση σχέσεων μεταξύ μεταβλητών, με στόχο την αξιοποίησή του στη μαθηματική εκπαίδευση.

## **WG8 – Θωμαΐς Καράβη\*, Αγγελική Μάλη\*\*, Γεωργία Πετροπούλου\*\***

\* Eindhoven School of Education (ESoE), Department of Applied Physics & Science Education, Eindhoven University of Technology, the Netherlands

\*\* Τμήμα Μαθηματικών, ΕΚΠΑ

### **Μεθοδολογικά ζητήματα ερευνητικού σχεδιασμού για τη διερεύνηση της διδακτικής πράξης**

**Χρονική διάρκεια: 4 ώρες**

Το εργαστήριο θα επικεντρωθεί στην έρευνα της διδακτικής πράξης και θα διεξαχθεί σε δύο δίωρα. Στο πρώτο δίωρο θα συζητηθεί η ερευνητική εστίαση, ως μετάβαση από το ερευνητικό θέμα στο ερευνητικό πρόβλημα και εν τέλει στη διαμόρφωση του ερευνητικού ερωτήματος, με βάση τη βιβλιογραφία. Στη συνέχεια θα προταθούν θεωρητικά πλαίσια, όπως η επικοινωνιογνωστική προσέγγιση της Sfard (2008) και η θεωρία της αντικειμενοποίησης του Radford (2021), μέσα από παραδείγματα πώς αυτά τα πλαίσια εξηγούν διδακτικά φαινόμενα. Στο δεύτερο δίωρο θα δοθούν στους φοιτητές απομαγνητοφωνήσεις συγκεκριμένων διδακτικών αποσπασμάτων όπου θα εντοπίσουν διδακτικά φαινόμενα με βάση τα ερευνητικά τους ενδιαφέροντα, θα αναζητήσουν σχετική βιβλιογραφία και θα διαμορφώσουν ένα δοκιμαστικό ερευνητικό ερώτημα, καθώς και τους άξονες για μία ενδεχόμενη συζήτηση με τον διδάσκοντα.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: human development, development of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.

Radford, L. (2021). *The theory of objectification. A Vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning*. Brill/Sense.

## **WG9 - Δήμητρα Χριστοπούλου**

Τμήμα Μαθηματικών, ΕΚΠΑ

### **Μαθηματικός Πλουραλισμός, προοπτικές και μαθηματικές δομές**

**Χρονική διάρκεια: 2 ώρες**

Η θεματική αυτή αναφέρεται στον Μαθηματικό Πλουραλισμό τα είδη του και τη σχέση του με τις δομές των μαθηματικών. Ο Μαθηματικός Πλουραλισμός είναι μία σύγχρονη θέση της Φιλοσοφίας των Μαθηματικών η οποία διαπιστώνει και αξιολογεί το φαινόμενο της ανάπτυξης περισσότερων του ενός, θεωρητικών συστημάτων για την ίδια μαθηματική περιοχή. Επίσης αποδέχεται και αξιολογεί τις διαφορετικές θεωρίες της Φιλοσοφίας των Μαθηματικών παρά τις αντιθέσεις και τις αντιπαραθέσεις τους, εξετάζοντας τις δυνατότητες, τα προβλήματα και τις

ερμηνευτικές προσεγγίσεις της καθεμιάς. Ένα δεύτερο σημείο εστίασης είναι ο Μαθηματικός Πλουραλισμός ως προς τις προοπτικές ο οποίος μελετά τα μαθηματικά περισσότερο ως προγράμματα παρά ως αξιωματικά συστήματα, με τον μαθηματικό στρουκτουραλισμό να αποτελεί ένα εξαιρετικό παράδειγμα. Το μαθηματικό περιεχόμενο εκφράζεται μέσω μαθηματικών δομών που υπό συγκεκριμένες προϋποθέσεις διαθέτουν συστήματα πραγμάτωσης. Ένα τρίτο σημείο εστίασης είναι ο Πλουραλισμός ως αποδοχή της μελέτης των «μη επιτυχών/μη καλών» μαθηματικών θεωριών εξίσου με τις «επιτυχείς» θεωρίες. Αυτή η εκδοχή εξηγεί γιατί χρειάζεται να μελετά ο φιλόσοφος των μαθηματικών όχι μόνο τις επιτυχημένες μαθηματικές θεωρίες αλλά και τις θεωρίες που συνάντησαν εμπόδια κατά την ανάπτυξή τους και τροποποιήθηκαν ή αντικαταστάθηκαν.